ROYAUME DU MAROC
المملكة المغربية

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche Scientifique
et de la Formation des Cadres



Présidence du concours National commun
Ecole Nationale Supérieure de l'Informatique et d'Analyse des Systèmes



CONCOURS NATIONAL COMMUN

d'admission dans les Établissements de Formation d'Ingénieurs
et Établissements Assimilés

Session 2012

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière : MP

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est interdit

L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages.
L'usage de la calculatrice est interdit.

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références *des questions abordées.*

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants. Le premier traite quelques circuits de l'électronique analogique. Le deuxième étudie quelques notions liées au phénomène de polarisation de la lumière.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Premier problème
Étude de quelques circuits de l'électronique analogique

1ère partie
Étude de filtres passifs

1.1. Modélisation linéaire d'un circuit

Le circuit RC de la figure 1 est alimenté par un dipôle actif linéaire modélisé par le générateur de THÉVENIN, de résistance interne R_g et de force électromotrice $e(t)$.

1.1.1. Représenter le schéma du circuit en utilisant la modélisation de NORTON du dipôle actif. Préciser les grandeurs caractéristiques du modèle.

1.1.2. La tension $e(t < 0)$ est égale à une valeur constante notée E. Déterminer, à l'instant $t = 0^-$, le courant qui traverse le circuit ainsi que les tensions u_R et u_C aux bornes de la résistance R et du condensateur C respectivement.

1.1.3. A $t = 0$, on éteint le générateur, qui devient équivalent à sa seule résistance interne. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution ultérieure de $i(t)$ et faire apparaître la constante de temps τ du circuit.

1.1.4. Déterminer l'expression de l'intensité de courant i à l'instant $t = 0^+$.

1.1.5. Déterminer l'expression de $i(t > 0)$ puis donner l'allure de la représentation graphique de $i(t)$.

1.1.6. On suppose maintenant que le circuit RC de la figure 1 est alimenté par une tension $e(t)$ sinusoïdale de pulsation ω.

1.1.6.1. Quelle sera, en module, l'impédance de charge minimale du générateur ?
Sachant que sa résistance interne est $R_g = 50\,\Omega$, à quelle condition pourra-t-on considérer le générateur comme idéal ?

On suppose cette condition remplie dans la suite.

1.1.6.2. Déterminer la fonction de transfert complexe en tension $\underline{H}$ si la grandeur de sortie est la tension $s(t)$ aux bornes du condensateur. Quelle est la nature du filtre ainsi réalisé ? Définir la pulsation de coupure à $-3\,dB$ de ce filtre et donner son expression ω_c en fonction des paramètres du montage.

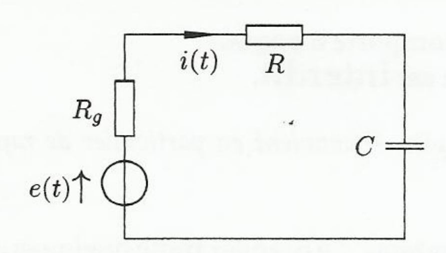


Figure 1: Circuit RC alimenté par un générateur de THEVENIN.

Figure 2: Filtre de WIEN.

1.1.6.3. Dans quel domaine de fréquence ce filtre se comporte comme un intégrateur de la tension d'entrée ?

1.2. Étude d'un filtre du second ordre : filtre de Wien

On considère le filtre de WIEN (W) représenté sur la figure 2 et on suppose qu'aucun courant ne sorte de ce filtre ($i_2 = 0$).

1.2.1. Déterminer la fonction de transfert du filtre : $\underline{H} = \dfrac{\underline{v_2}}{\underline{v_1}}$

Préciser les paramètres caractéristiques du filtre (amplification maximale, facteur de qualité, pulsation particulière).

1.2.2. Tracer le diagramme de BODE (gain et phase) associé à $\underline{H}$. On fera apparaître sur chacun des graphes le tracé asymptotique et le tracé réel. Quelle est la nature de ce filtre ?

1.2.3. Montrer que les tensions d'entrée v_1 et de sortie v_2 sont liées par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2v_2}{dt^2} + a\omega_0\frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = \omega_0\frac{dv_1}{dt} \qquad (1)$$

Exprimer le coefficient ω_0 en fonction de R et C et déterminer la valeur numérique du paramètre a, valeur que l'on utilisera ultérieurement.

2ème partie
Étude d'un montage à base d'amplificateur opérationnel

Dans cette partie, on étudie le modèle de l'amplificateur opérationnel (AO) idéal et quelques limitations à ce modèle. On considère le montage de la figure 3 avec : $R_1 = 1\,k\Omega$ et $R_2 = 10\,k\Omega$.

2.1. Modèle d'amplificateur opérationnel idéal

Dans cette section, l'AO du montage représenté sur la figure 3 est supposé idéal.

2.1.1. Pour un amplificateur opérationnel idéal, tracer la caractéristique de transfert statique, c'est-à-dire les variations de u_s en fonction de ε. On notera U_{sat} et $-U'_{sat}$ les tensions de saturation.

2.1.2. Cette caractéristique fait apparaître deux domaines. Nommer et définir ces domaines.

2.1.3. Quelle est la résistance d'entrée du montage de la figure 3 formé par l'AO et les résistances R_1 et R_2 ?

2.1.4. En supposant que l'AO fonctionne dans sa zone linéaire, montrer que l'on a $u_s(t) = A\,u_e(t)$. Donner l'expression de A en fonction de R_1 et R_2.

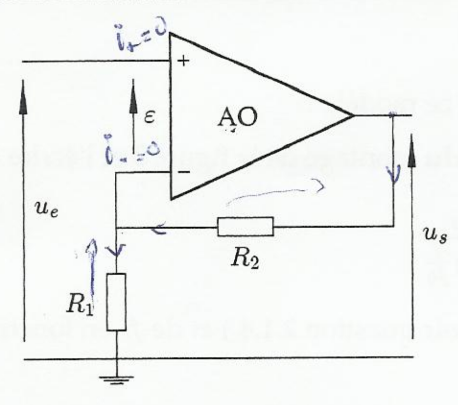


Figure 3: Montage amplificateur.

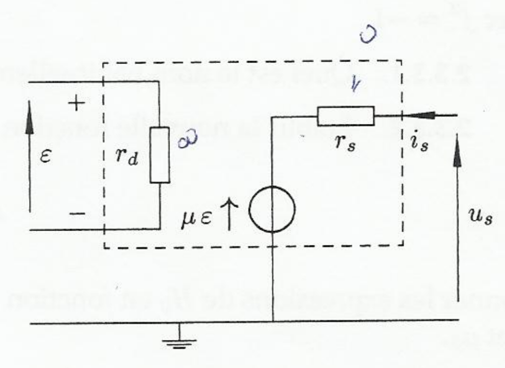


Figure 4: Modèle d'AO en petits signaux en négligeant les dérives.

2.1.5. Dans quel domaine de tensions u_e peut-elle varier sans provoquer la saturation de l'AO ?

2.1.6. Tracer la courbe représentant u_s en fonction de u_e pour u_e variant de $-U'_{sat}$ à U_{sat}.

2.2. Limites au fonctionnement de l'AO idéal

2.2.1. Comment mesurer expérimentalement les tensions de saturation U_{sat} et $-U'_{sat}$?

2.2.2. Le constructeur indique que le courant maximal de sortie (courant de saturation) de l'AO est de $i_{s,max} = 20\,mA$.

On applique à l'entrée du montage $u_e(t) = U_0\cos(\omega t)$ avec $U_0 = 1,0\,V$. Comment choisir la valeur d'une résistance R_u placée en sortie du montage pour garder un fonctionnement linéaire ?

2.2.3. Le système ne reste linéaire que si $\left|\frac{du_s}{dt}\right| < \sigma$, σ est appelé vitesse de balayage limite de l'AO. Le constructeur indique pour l'AO précédent : $\sigma = 1,0\,V/\mu s$.

On applique à l'entrée la même tension qu'au 2.2.2. et on fait augmenter ω. Jusqu'à quelle valeur ω_1 de ω, $u_s(t)$ reste-t elle théoriquement sinusoïdale ? Décrire la déformation de $u_s(t)$ et dessiner l'allure du graphe $u_s(t)$, pour des valeurs $\omega > \omega_1$.

On peut se servir de l'apparition de cette déformation pour estimer σ, proposer une autre méthode pour la mesure expérimentale de σ.

2.3. Influence de quelques défauts de l'amplificateur opérationnel réel

On considère un modèle d'AO réel en fonctionnement linéaire où l'on néglige la tension de décalage et les courants de polarisation (figure 4).

2.3.1. Donner les ordres de grandeur de r_d, r_s et μ des amplificateurs opérationnels couramment utilisés au laboratoire.

2.3.2. On prend r_d infinie et μ (gain différentiel) fini. Représenter le schéma équivalent du montage de la figure 3 avec ce modèle de l'AO. Définir puis déterminer l'expression de la résistance de sortie du montage en fonction de r_s, R_1, R_2 et μ.

2.3.3. On considère maintenant μ fini et fonction de la fréquence f de la tension appliquée à l'entrée, à l'exclusion de tout autre défaut, notamment on prend r_d infinie et $r_s = 0$. On adopte comme modèle pour le gain complexe :

$$\underline{\mu}(f) = \frac{\mu_0}{1 + j\frac{f}{f_c}}$$

avec $j^2 = -1$.

2.3.3.1. Quel est le nom habituellement donné à ce modèle ?

2.3.3.2. Etablir la nouvelle fonction de transfert du montage de la figure 3 et l'écrire :

$$\underline{H}(f) = \frac{H_0}{1 + j\frac{f}{f_0}}$$

Donner les expressions de H_0 en fonction de μ_0 et A (voir question 2.1.4.) et de f_0 en fonction de f_c, A et μ_0.

2.3.3.3. On prend $\mu_0 = 1,0.10^5$ et $f_c = 10\,Hz$.

Donner les expressions approchées de H_0 et de f_0. Tracer, sur le même graphe, l'allure des diagrammes de BODE asymptotiques en amplitude pour μ et $\underline{H}$. Interpréter les limitations en fréquence observées expérimentalement avec le montage de la figure 3.

3ème partie
Étude d'un montage oscillateur

On relie le montage amplificateur de la figure 3 et le filtre de la figure 2 suivant le schéma de la figure 5.

L'amplificateur opérationnel AO utilisé dans cette partie est supposé idéal. Les tensions de saturations en sortie de l'AO sont notées U_{sat} et $-U_{sat}$. On suppose que la saturation en courant n'est jamais atteinte.

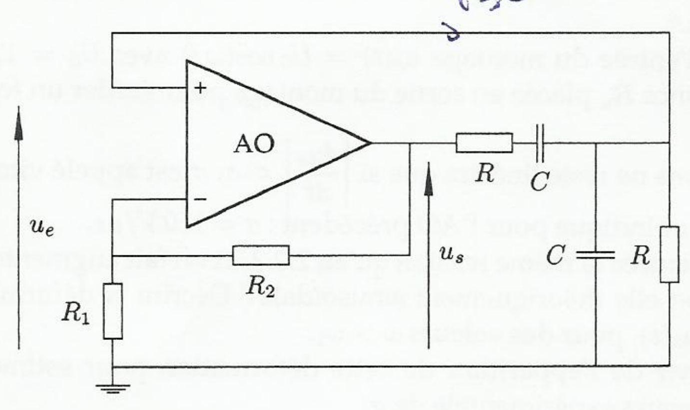


Figure 5: Montage oscillateur

3.1. Justifier l'utilisation de l'équation (1) et déduire l'équation différentielle liant u_e à u_s.

3.2. Montrer que la tension u_s est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2u_s}{dt^2} + 2m\omega_0\frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = 0 \qquad (2)$$

Préciser la condition de validité de cette équation. Donner l'expression du coefficient m en fonction de A (voir question 2.1.4.)

3.3. Montrer que ce montage peut générer des oscillations en l'absence de générateur de fonction (GBF) pour une valeur de $A \geq A_0$. Donner la valeur limite A_0.

3.4. Montrer que pour $A = A_0$, La tension u_s est sinusoïdale. Donner l'expression générale de $u_s(t)$ et préciser l'expression de sa fréquence f en fonction des paramètres du montage.

3.5. Comment doit-on régler pratiquent la valeur de A par rapport à A_0 pour qu'il y ait démarrage des oscillations dans le circuit ? Justifier.

3.6. Est-il possible avec le montage proposé de régler l'amplitude des oscillations ? Pourquoi ?

Deuxième problème
Polarisation de la lumière

Les applications du phénomène de la polarisation de la lumière sont multiples et les dispositifs associés sont des composants de base dans les domaines de traitement et de transmission de l'information par voie optique, dans l'affichage à cristaux liquides et dans certains procédés de cinéma en relief.

Le problème comporte de nombreuses questions qualitatives pour lesquelles le candidat s'efforcera de répondre avec concision et précision.

1ère partie
États de polarisation d'une onde électromagnétique

1.1. Généralités sur la polarisation des ondes lumineuses

La lumière est une onde électromagnétique située dans le domaine visible du spectre.

1.1.1. La lumière émise par une source classique (appelée par la suite lumière naturelle) est-elle polarisée ?

1.1.2. Donner un exemple de source d'onde électromagnétique polarisée en précisant l'état de polarisation de l'onde émise.

1.1.3. Citer une situation expérimentale dans laquelle il est indispensable de considérer le caractère vectoriel de la lumière et non seulement une représentation scalaire.

1.2. États de polarisation des ondes électromagnétiques

On définit l'état de polarisation d'une onde électromagnétique à partir de l'évolution temporelle du champ électrique $\vec{E}$ en un point M donné.

On considère une onde électromagnétique plane progressive monochromatique, qui se propage dans un milieu assimilé au vide suivant la direction Oz dans le sens des z croissants, dont le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}(M,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz)\vec{u}_x + E_{0y}\cos(\omega t - kz + \varphi)\vec{u}_y$$

E_{0x} et E_{0y} sont des réels positifs qui représentent les amplitudes des composantes du champ suivant les directions Ox et Oy respectivement. ω est la pulsation de l'onde, k est le module du vecteur d'onde et φ le déphasage entre les deux composantes du champ supposé indépendant du temps.

1.2.1. Pour une valeur quelconque de φ, quel est l'état de polarisation de l'onde ?

1.2.2. À quelle(s) condition(s) l'onde a-t-elle une polarisation circulaire ? Préciser le cas d'une polarisation circulaire gauche et le cas d'une polarisation circulaire droite.

1.2.3. À quelle(s) condition(s) l'onde a-t-elle une polarisation rectiligne ?

1.2.4. Une lumière naturelle non polarisée est envoyée sur un polariseur rectiligne supposé parfait (P) de direction de transmission $\vec{u}_x$.

1.2.4.1. Quelle est la direction du champ électrique $\vec{E}_P$ de l'onde après le polariseur (P) ?

Cette onde arrive sur un autre polariseur (A) identique au premier, souvent appelé analyseur, dont la direction de polarisation $\vec{u}_A$ fait un angle θ avec $\vec{u}_x$.

1.2.4.2. Quelle est la direction du champ électrique $\vec{E}_A$ de l'onde après l'analyseur (A) ? Exprimer le champ $\vec{E}_A$.

1.2.4.3. En déduire la relation, appelée loi de MALUS, liant l'éclairement lumineux transmis par l'analyseur Φ_A en fonction de celui transmis par le polariseur Φ_P et l'angle θ.

$2^{\text{ème}}$ partie
Interférences en lumière polarisée

Pour aborder cette partie, aucune connaissance préalable sur les lames à retard n'est exigée.

2.1. Action d'une lame à retard sur la lumière polarisée

Une lame à retard est une lame mince à faces parallèles, d'épaisseur e, taillée dans un cristal uniaxe ayant des propriétés optiques anisotropes. Cette lame agit sur la polarisation d'une onde lumineuse. Sous incidence normale, la lame est caractérisée par deux indices de réfraction n_x si l'onde incidente est polarisée suivant Ox, et n_y si elle est polarisée suivant Oy. Les axes Ox et Oy sont appelés les axes neutres de la lame (figure 1).

Une onde plane monochromatique polarisée rectilignement suivant la direction $\vec{u}$, faisant un angle α avec $\vec{u}_x$, arrive sur la lame sous incidence normale. L'origine O est prise au niveau de la première face de la lame. Le vecteur d'onde et la longueur d'onde dans le vide sont respectivement notés $\vec{k}$ et λ. Le champ électrique de l'onde pour $z < 0$ est noté :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k\,z)\vec{u}$$

2.1.1. Le champ électrique est-il continu en $z = 0$ et en $z = e$? Justifiez.

2.1.2. L'onde incidente est polarisée selon $\vec{u}_x$ ($\alpha = 0$).

2.1.2.1. Établir l'expression du champ électrique de l'onde pour $0 < z < e$. On exprimera la phase en fonction de ω, t, n_x, k et z.

2.1.2.2. Établir l'expression du champ électrique de l'onde pour $z > e$.

2.1.3. L'onde incidente est maintenant supposée polarisée selon $\vec{u}_y$ ($\alpha = \pi/2$).
Donner les expressions du champ électrique de l'onde pour $0 < z < e$ et pour $z > e$.

2.1.4. On suppose maintenant que l'onde incidente est polarisée rectilignement dans le plan xOy selon une direction quelconque ($0 < \alpha < \pi/2$).

2.1.4.1. Établir l'expression du champ électrique de l'onde pour $z > e$.

2.1.4.2. Montrer que le déphasage avance φ de la composante selon $\vec{u}_x$ du champ électrique sur sa composante selon $\vec{u}_y$ est donné par :

$$\varphi = \frac{2\pi e}{\lambda}(n_y - n_x) \qquad (3)$$

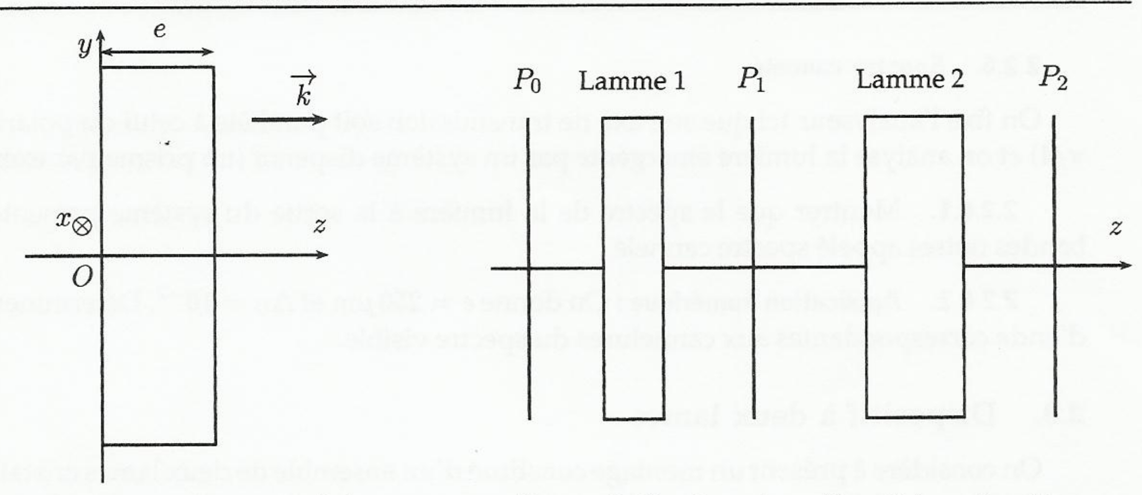


Figure 1: Lame à faces parallèles.

Figure 2: Système interférentiel en lumière polarisée.

2.2. Lame à retard entre deux polariseurs

On considère une lame à retard à faces parallèles d'épaisseur e, caractérisée par $\Delta n = |n_x - n_y|$. Cette lame est placée entre un polariseur (P) et un analyseur (A). Les lignes neutres de la lame sont Ox et Oy. Les directions de transmission du polariseur et de l'analyseur font avec Ox les angles α et β respectivement.

Le système est placée dans un milieu assimilé au vide et éclairé, par une source de lumière blanche, en rayons parallèles et sous incidence normale. On néglige l'absorption due à la traversée de la lame et des polariseurs successifs.

À la sortie du polariseur, on note que le champ électrique associé à une vibration monochromatique de pulsation ω a pour expression :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$$

On ne tient pas compte du retard de phase dû à la propagation et on note λ la longueur d'onde dans le vide de la vibration lumineuse considérée.

Le champ électrique à la sortie de la lame peut être écrit sous la forme :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\alpha)\cos(\omega t)\vec{u}_x + E_0 \sin(\alpha)\cos(\omega t - \varphi)\vec{u}_y$$

φ est donné par la relation (3).

2.2.1. Déterminer l'expression du champ électrique à la sortie de l'analyseur (A).

2.2.2. Montrer que l'intensité de la lumière transmise par l'analyseur s'écrit sous la forme :

$$I = I_0 \left[\cos^2(\alpha+\beta) + \sin(2\alpha)\sin(2\beta)\cos^2(\varphi/2)\right] \tag{4}$$

I_0 étant l'intensité transmise par le polariseur.

2.2.3. Interpréter les cas particulier $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi/2$.

On supposera dans la suite que le dispositif est éclairé en lumière blanche et on se placera dans le cas $\alpha = \pi/4$.

2.2.4. Simplifier l'expression de l'intensité lumineuse transmise par l'analyseur (relation 4).

2.2.5. On place un écran après l'analyseur. Décrire ce que l'on pourra observer sur cet écran quand on fait tourner l'axe de transmission de l'analyseur (A).

2.2.6. Spectre cannelé

On fixe l'analyseur tel que son axe de transmission soit parallèle à celui du polariseur ($\alpha = \beta = \pi/4$) et on analyse la lumière émergente par un système dispersif (un prisme par exemple).

2.2.6.1. Montrer que le spectre de la lumière à la sortie du système présente une série de bandes noires appelé spectre cannelé.

2.2.6.2. **Application numérique :** On donne $e = 250\,\mu m$ et $\Delta n = 10^{-2}$. Déterminer les longueurs d'onde correspondantes aux cannelures du spectre visible.

2.3. Dispositif à deux lames

On considère à présent un montage constitué d'un ensemble de deux lames cristallines de même matériau caractérisé par $\Delta n = |n_x - n_y|$, d'épaisseurs respectives e et $2e$ et dont les axes rapides (et donc aussi les axes lents) sont alignés (voir figure 2). Les deux lames sont séparées par un polariseur rectiligne idéal P_1 dont la direction de transmission privilégiée fait un angle de 45° avec les lignes neutres des deux lames.

L'ensemble est placé entre deux polariseurs P_0 et P_2 dont les directions de transmission privilégiée sont parallèles à celle du polariseur intermédiaire P_1. Le dernier polariseur P_2 joue le rôle d'analyseur.

2.3.1. En utilisant les résultats de la section 2.2., écrire l'expression du champ électrique à la sortie du polariseur P_1.

2.3.2. Déterminer les expressions du champ électrique à la sortie de la deuxième lame d'une part, et à la sortie de l'analyseur P_2 d'autre part.

2.3.3. En déduire l'intensité lumineuse I transmise par le système (à la sortie du polariseur P_2) en fonction de l'intensité I_0 transmise par le polariseur P_0 et de φ.

2.4. Étude d'un système à N lames

On considère maintenant un système identique à celui de la figure 2 mais constitué d'un ensemble de N lames cristallines séparées par des polariseurs. Ces lames ont les épaisseurs respectives : e, $2e$, $4e$, ..., $2^{N-1}e$.

On montre que l'intensité I transmise par le système, à la sortie du polariseur P_N, s'écrit sous la forme :

$$I = I_0 \frac{1}{N^2} \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)} \tag{5}$$

2.4.1. Vérifier que la relation (5) est compatible avec celle que avez établi à la question 2.3.3. dans le cas $N = 2$.

2.4.2. Tracer l'allure de la courbe $I = f(\varphi)$. Commenter.

2.4.3. Application numérique : $e = 250\,\mu m$ et $\Delta n = |n_x - n_y| = 10^{-2}$. Calculer les longueurs d'onde transmises dans le visible en supposant $\Delta n = |n_x - n_y|$ indépendant de la longueur d'onde. Quelles sont les couleurs correspondantes ? Donner une application pratique de ce dispositif.

FIN DE L'ÉPREUVE